第 26卷 第 4期 吉首大学学报(自然科学版) Vol. 26 No. 4
2005年 10月 Journal of Jishou University (Natural Science Edition) Oct. 2005

文章编号:1007—2985(2005)04—0008—02

关于 Smarandache φ—序列

乐 茂华[1,2]

(1. 湛江师范学院数学系,广东 湛江 524048;2. 梧州师范高等专科学校数学系,广西 梧州 542800)

摘 要:运用初等数论方法,完整地确定了 Smarandache φ—序列.

关键词:Euler函数;Smarandache φ—序列;完全确定

中图分类号:O156 文献标识码:A

设 $\mathbf{N}_+$ 是全体正整数的集合. 对于正整数 n, 设 $\varphi(n)$ 是 Euler函数. 1980年, Smarandache[1] 提出一类新的有关 Euler函数的数论函数——Smarandache函数. 此后, 人们对与 Smarandache函数相关的数列进行了大量的研究[2]. 2000年, Murthy[3] 讨论了有关集合

$$A=\{n \mid n=k\varphi(n) \quad k\in\mathbf{N}_+\}.$$

有关的数列 $\{a(x)\}_{x=1}^{\infty}$. 该数列称为 Smarandache φ—序列. 笔者运用初等数论方法完整地确定了 Smarandache φ—序列:

1 定理及证明

定理 1 如果 $\{a(x)\}_{x=1}^{\infty}$ 是 Smarandache φ—序列, 则必有:

$$a(x)=\begin{cases}1 & \text{当 } x=1 \text{ 时},\\ 2 & \text{当 } x=2 \text{ 时},\\ 2^{(x+1)/2} & \text{当 } x \text{ 是大于 1 的奇数时},\\ 2^{x/2-1} & \text{当 } x \text{ 是大于 1 的偶数时}.\end{cases}$$

证明 首先考虑集合 A 的元素, 从(1)可知集合 A 的元素 n 是满足方程

$$n=k\varphi(n) \quad k\in\mathbf{N}_+ \tag{2}$$

的正整数. 显然, $(n,k)=(1,1)$ 是方程(2)适合 $n=1$ 的全部解. 当 $n>1$ 时, 根据 Euler函数的定义可知: 如果

$$n=p_1^{a_1}p_2^{a_2}\cdots p_s^{a_s} \tag{3}$$

是 n 的标准分解式, 则

$$\varphi(n)=p_1^{a_1-1}p_2^{a_2-1}\cdots p_s^{a_s-1}(p_1-1)(p_2-1)\cdots(p_s-1). \tag{4}$$

将(4)式代入(2)式立得

---

* 收稿日期:2004—05—20

基金项目:国家自然科学基金资助项目(10271104);广东省自然科学基金资助项目(011781);广东省教育厅自然科学研究项目(0161);湛江市 988科技兴湛计划项目

作者简介:乐茂华(1952—),男,上海市人,湛江师范学院数学系教授,主要从事数论研究.

$$p_1 p_2 \cdots p_s = k(p_1 - 1)(p_2 - 1)\cdots(p_s - 1). \tag{5}$$

当 n 是偶数时, (3) 式中的 $p_1 = 2, p_j\,(j = 2, \cdots, s)$ 都是奇素数. 因此(5) 式仅当 $s = 1$ 且 $k = 2$ 或者 $s = 2, k = 3$ 且 $p_2 = 3$ 时成立. 由此可知, 当 n 是偶数时, 方程(2) 仅有解

$$(n, k) = (2^r, 2), (2^r \circ 3, 3) \qquad r \in \mathbf{N}_+. \tag{6}$$

当 n 是大于 1 的奇数时, (3) 式中的 $p_i\,(i = 2, \cdots, s)$ 都是奇素数. 因此(5) 式不可能成立. 综上所述, 将(6) 式中的 n 按大小顺序排列后即得定理 1. 证毕.

参考文献:

[1] SMARANDACHE F. A Function in the Number Theory [J]. Ann. Timisoara Univ. Ser. Math., 1980, 28(1): 79－88.

[2] IBSETDT H. The Smarandache Sequence Inventory [J]. Smarandache NOTIONS J, 1999, 10: 183－190.

[3] MURTHY A. Some New Smarandache Sequences, Functions and Partitions [J]. Smarandache Notions J, 2000, 11: 179－183.

On the Smarandache φ－Sequence

LE Mao-hua[1,2]

(1. Department of Mathematics, Zhanjiang Normal College, Zhanjiang 524048, Guangdong China;
2. Department of Mathematics, Wuzhou Normal College, Wuzhou 542800, Guangxi China)

Abstract: By using some methods of elementary number theory, the author completely determines the Smarandache φ－sequence.

Key words: euler totient function; smarahdache φ－sequence; completely determine

---

(From P. 7)

二阶退化椭圆型方程的间断混合边值问题

闻国椿
(北京大学数学学院, 北京　100871)

摘　要: 讨论二阶退化椭圆型方程的间断混合边值问题: 先给出这个问题的提法和解的估计, 然后使用复分析方法, 证明了此问题解的存在唯一性.

关键词: 间断混合边值问题; 退化椭圆型方程; 解的存在唯一性
中图分类号: O175.2　　文献标识码: A